

## 線形代数Ⅰ演習 第17回

1-1 組担当 (446 教室) 高緑

1-2 組担当 (443 教室) 牛島

17.0  $K = \mathbb{C}$  または  $K = \mathbb{R}$  とし,  $V$  を  $K$  上の線形空間とする. 以下の問に答えなさい.

- 1)  $n$  個のベクトル  $a_1, a_2, \dots, a_n \in V$  が線形独立であるとはどういうことか説明しなさい.
- 2)  $V$  が有限次元であるとはどういうことか説明しなさい.
- 3)  $V$  の基底とはなにか説明しなさい.

### 17.1

- 1) 線形空間  $\mathbb{C}^n$  は有限次元であることを示しなさい.
- 2) 複素係数の  $n$  次以下の一変数多項式全体のなす線形空間は有限次元であることを示しなさい. (ヒント.  $1, x, x^2, \dots, x^n$  が基底になることを示しなさい.)
- 3) 線形空間  $M_{mn}(\mathbb{C})$  は有限次元であることを示しなさい.

17.2  $T$  を線形空間  $V$  上の線形変換とする.  $V$  のある元  $a (\neq 0)$  に対して, 自然数  $m$  を  $T^{m-1}a \neq 0$  かつ  $T^m a = 0$  なるものとする. このとき,  $m$  個のベクトル  $a, Ta, T^2a, \dots, T^{m-1}a$  は線形独立であることを示しなさい.

17.3  $\mathbb{C}^3$  において, 2 組の基底

$$E = \left\langle \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \right\rangle, \quad F = \left\langle \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\rangle$$

のとりかえ  $E \rightarrow F$  の行列を求めなさい.