

線形代数Ⅰ演習 第19回

1-1 組担当 (446 教室) 高緑

1-2 組担当 (443 教室) 牛島

19.0 $K = \mathbb{C}$ または $K = \mathbb{R}$ とし, V, V^0 を K 上の線形空間とする. 以下の間に答えなさい.

1) V の部分集合 W が V の線形部分空間であるとはどういうことが説明しなさい.

2) V の空でない部分集合 S によって張られる部分空間とは何か説明しなさい.

3) 線形写像 $T: V \rightarrow V^0$ の像, 及び核とは何か説明しなさい.

4) $W_1, W_2 \subset V$ が部分空間であるとき, W_1, W_2 の和空間とは何か説明しなさい.

19.1

1) 19.0 3) の線形写像の核 $\text{Ker}(T) \subset V$ は V の線形部分空間であることを示しなさい.

2) 19.0 4) の和空間 $W_1 + W_2$ が V の線形部分空間であることを示しなさい.

19.2 $V = M_{nn}(\mathbb{C})$ の次の部分集合は部分線形空間かどうか調べなさい.

- 1) $\{X \in V \mid \text{Tr}(X) = 0\}$,
- 2) エルミート行列の全体,
- 3) ユニタリ行列の全体,
- 4) 上三角行列の全体,
- 5) $\{X \in V \mid \det(X) = 0\}$.

19.3 $K = \mathbb{C}$ とする.

$$W_1 = \overset{\textcircled{a}}{x = {}^t(x_1, x_2, x_3, x_4) \in K^4 \mid x_1 + 2x_2 + x_3 + 3x_4 = 0, x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 0},$$

$$W_2 = \overset{\textcircled{a}}{x = {}^t(x_1, x_2, x_3, x_4) \in K^4 \mid 2x_1 + x_3 + 2x_4 = 0, -2x_1 - x_2 - 2x_3 + x_4 = 0}$$

とする.

- 1) $W_1, W_2 \subset K^4$ は K^4 の部分空間であることを示しなさい.
- 2) $W_1 + W_2$ の次元及び基底を求めなさい.
- 3) $W_1 \cap W_2$ の次元及び基底を求めなさい.