

線形代数Ⅰ演習 第2回

1-1 組担当 (446 教室) 牛島

1-2 組担当 (443 教室) 高橋

以下の問題を解き黒板で発表しなさい。

2.1 以下の写像 T のうち線形なものはどれか？ x は N 項縦ベクトル、 y は実数、 A は N 次正方行列、 b は N 項縦ベクトルとする。

- 1) $T : x \rightarrow Ax + b.$
- 2) $T : x \rightarrow \|x\|.$
- 3) $T : x \rightarrow (Ax, b).$
- 4) $T : x \rightarrow (Ax, x).$
- 5) $T : y \rightarrow y^k, \quad (k \in \mathbf{R}).$

2.2 $A = (a_{ij}) \in M_{mn}, B = (b_{ij}) \in M_{pq}$ として、 $a_{ij} = i + j, b_{ij} = i - j$ と定める。このとき以下の問に答えなさい。

- 1) $m = 5, n = 4, p = 3, q = 5$ のとき、行列 A, B を書きなさい。
- 2) $m = p = 5, n = q = 4$ のとき、 $A + B$ を求めなさい。
- 3) $n = p$ のとき AB を求めなさい。

2.3 以下の行列の積を求めなさい。

- 1) $\begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & -3 \\ 4 & 0 & 3 \end{pmatrix}.$
- 2) $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \\ 0 & -3 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}.$
- 3) $\begin{pmatrix} 1 & i \\ -i & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1+i & 0 \\ 0 & 1-i \end{pmatrix}, \quad i \text{ は虚数単位}.$
- 4) $(2 \quad 1-i \quad 3i) \begin{pmatrix} 2 \\ 1+i \\ -3i \end{pmatrix}.$

2.4 $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} \neq 0$ のとき、以下の連立一次方程式が唯一つの解を持つことを示し、その解を求めなさい。

$$\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1z = d_1, \\ a_2x + b_2y + c_2z = d_2, \\ a_3x + b_3y + c_3z = d_3. \end{cases}$$

線形代数Ⅰ演習 第3回

1-1 組担当 (446 教室) 牛島

1-2 組担当 (443 教室) 高橋

以下の問題を解き黒板で発表しなさい。

3.1 以下の行列の積を求めなさい。

$$\begin{aligned} 1) & \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & -3 \end{pmatrix}. \\ 2) & \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

3.2 次の行列に逆行列があればそれを求めよ。

$$1) \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}, \quad 2) \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad 3) \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

3.4 A, B, C を複素行列とする。以下の事実を示しなさい。

- 1) $A(B + C) = AB + AC$,
- 2) ${}^t(\overline{A}) = \overline{{}^tA}$,
- 3) ${}^t(AB) = {}^tB {}^tA$.