

線形代数Ⅰ演習 第20回

1-1 組担当 (446 教室) 高緑

1-2 組担当 (443 教室) 牛島

20.0 $K = \mathbb{C}$ または $K = \mathbb{R}$ とし, V を K 上の線形空間とする. 以下の問に答えなさい.

1) $W_1, W_2 \subset V$ が部分空間であるとき, W_1, W_2 の直和とは何か説明しなさい.

2) $W_1, W_2 \subset V$ が部分空間であるとき, $W_1 + W_2$ が直和であるための必要十分条件を2つ述べなさい.

3) $W_1, W_2 \subset V$ が部分空間であるとき, $\dim(W_1), \dim(W_2), \dim(W_1 + W_2), \dim(W_1 \cap W_2)$ の間の関係を述べなさい.

20.1

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 & 1 \\ -2 & 4 & -1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 & -2 \\ 1 & -2 & -1 & 4 \end{pmatrix}$$

とするとき, $T_A x = Ax$, $x \in K^4$ で定まる線形変換 T_A に対して, 像 $\text{Im}(T_A)$ 及び核 $\text{Ker}(T_A)$ の次元と基底を求めなさい.

20.2 n 次元線形空間 V の部分空間 W_1, W_2 に対し, 以下のことを示しなさい.

1) $\dim W_1 + \dim W_2 > n \Rightarrow W_1 \cap W_2 \neq \{0\}$,

2) $\dim W_1 + \dim W_2 = n \Rightarrow W_1 \cap W_2 = \{0\}$ または $V = W_1 + W_2$.