

線形代数Ⅰ演習 第8回

1-1 組担当 (446 教室) 牛島

1-2 組担当 (443 教室) 高橋

以下の問題に答え解答を提出しなさい。

時間があれば講義、演習に対する感想・要望・質問を書きなさい。

8.0

- 1) 一次方程式系が解を持つための必要十分条件を、係数行列 A 及び拡大係数行列 $\tilde{A}$ の階数を用いて述べなさい。
- 2) 斉次一次方程式系とは何か説明しなさい。また、斉次一次方程式系の自明な解とは何か述べなさい。
- 3) 斉次一次方程式系が少なくとも一つの自明でない解をもつための条件を、未知数の個数 n と方程式の本数 m を用いて述べなさい。
- 4) 斉次一次方程式系の解は一般にどのような形で書けるか説明しなさい。

8.1 次の連立一次方程式が無数の解を持つための a, b の条件、およびそのときの解を求めなさい。

$$\begin{aligned} 1) \quad & \begin{cases} 3x_1 + ax_2 - x_3 &= 2, \\ x_1 - x_2 + 2x_3 &= 1, \\ -2x_1 + x_2 + 3x_3 &= b. \end{cases} \\ 2) \quad & \begin{cases} 2x_1 + x_2 + ax_3 - x_4 &= 1, \\ x_1 - x_2 + x_3 + x_4 &= 2, \\ x_1 + 2x_2 - 2x_3 + 4x_4 &= -1, \\ 2x_1 - 2x_2 + 3x_3 + x_4 &= b. \end{cases} \end{aligned}$$

8.2 n 次正方行列 A に対して、次の3つの条件は互いに同値であることを示せ。

- i) A は正則である。
- ii) 任意の n 項縦ベクトル $\mathbf{b}$ に対し、 $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ は解をもつ。
- iii) ある n 項縦ベクトル $\mathbf{b}$ に対し、 $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ の解がただ一つ存在する。