

線形代数Ⅰ演習 第9回

1-1 組担当 (446 教室) 牛島

1-2 組担当 (443 教室) 高橋

以下の問題に答え解答を提出しなさい。

時間があれば講義、演習に対する感想・要望・質問を書きなさい。

9.0

- 1) n 次正方行列が正則であることの定義を述べなさい。また、そのための必要十分条件を、(1) A の階数、(2) A を係数とする斉次方程式とその自明解、という2通りの言葉を用いて述べなさい。
- 2) 一次方程式系 $Ax = c$ の解と対応する斉次方程式系 $Ax = 0$ の解との関係を説明しなさい。
- 3) 2つの n 項複素列ベクトルどうしの内積の定義を述べなさい。
- 4) 内積の共役線形性と正值性とはなにか述べなさい。
- 5) 随伴行列、エルミート行列、実対称行列、交代エルミート行列、交代行列、ユニタリ行列、直交行列の定義を述べなさい。

9.1 次の行列が正則となるための条件を求めなさい。

$$1) \begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & k \end{pmatrix}, \quad 2) \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & k \\ -1 & 2 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

9.2

- 1) 任意の正方行列 A について、 $A + A^*$, $A - A^*$ はそれぞれエルミート行列、交代エルミート行列であることを示しなさい。
- 2) 任意の正方行列 A は、

$$A = B + C, \quad A : \text{エルミート行列}, B : \text{交代エルミート行列}$$

と一意的に表されることを示しなさい。

- 3) $A = \begin{pmatrix} i & 1+i & -i \\ 2 & -i & 3 \\ 0 & 1-i & -1 \end{pmatrix}$ をエルミート行列と交代エルミート行列の和で表しなさい。