

[1] 以下の問に答えなさい．

1) 以下の常微分方程式 (1) ~ (4) のうち，a) 線形のもの，b) 非線形のもの，c) 正規格形のもの，d) 非正規格形のはどれか，当てはまるものの番号を書きなさい．但し， a, b, r は実の定数であるとする．

(1)
$$3y + e^x + (3x + \cos y) \frac{dy}{dx} = 0,$$

(2)
$$\frac{dy}{dx} = ay + b \sin x,$$

(3)
$$y^2 \left(1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right) = r^2,$$

(4)
$$\frac{dy}{dx} = y(1 - y).$$

2) 上の方程式の一般解を求めなさい．また，特異解が存在するものはそれを求めなさい．

[2] 以下の問に答えなさい．

1) 以下の微分方程式の一般解を求めなさい．

$$\frac{d^3 y}{dx^3} - 7 \frac{d^2 y}{dx^2} + 16 \frac{dy}{dx} - 12y = 0.$$

2) 以下の微分方程式の一般解を求めなさい．

$$\frac{d^3 y}{dx^3} - 7 \frac{d^2 y}{dx^2} + 16 \frac{dy}{dx} - 12y = 24x^2 e^x.$$

[3] 以下の連立微分方程式の一般解を求めなさい．但し， a は実の定数とする．

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = \frac{ax}{\sqrt{x^2 + y^2}}, \\ \frac{dy}{dt} = \frac{ay}{\sqrt{x^2 + y^2}}. \end{cases}$$